Total No. of Pages : 08

131 **324 (DC)**

2026
गणित

समय : 3 घण्टे, 15 मिनट **पूर्णांक : 100**
Time : 3 Hours, 15 Minutes **Maximum Marks : 100**

सामान्य निर्देश :

i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

ii) इस प्रश्न पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iv) प्रत्येक प्रश्न के आरम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।

v) प्रत्येक प्रश्न के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

vi) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो, उसमें व्यर्थ समय नष्ट न कीजिए।

General Instructions –

i) First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

ii) There are in all nine questions in this question paper.

iii) All questions are compulsory.

iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

v) Marks allotted to questions are indicated against them.

vi) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one. Do not waste your time over a question you cannot solve.

UPBoardHub

1. **सभी खण्ड कीजिए। प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।**

1. **Do all parts. Select the correct option of each part and write it on your answer book.**

क) $f(x) = 3x + 5, \forall\, x \in \mathbb{R}$ द्वारा परिभाषित फलन $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ है, तो (1)

(A) f एकैकी आच्छादक है
(B) f बहुएक आच्छादक है
(C) f एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं है
(D) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है

a) The function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ defined by $f(x) = 3x + 5, \forall\, x \in \mathbb{R}$ then:

(A) f is one – one onto
(B) f is many one onto
(C) f is one – one but not onto
(D) f is neither one – one nor onto

ख) $\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right) - \cot^{-1}\left(-\sqrt{3}\right)$ का मान है : (1)

(A) π (B) $\dfrac{-\pi}{2}$
(C) 0 (D) $2\sqrt{3}$

b) The value of $\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right) - \cot^{-1}\left(-\sqrt{3}\right)$ is :

(A) π (B) $\dfrac{-\pi}{2}$
(C) 0 (D) $2\sqrt{3}$

ग) यदि A कोई आव्यूह है और K कोई अचर है, तो $(KA)'$ होगा : (1)

(A) $K'A'$ (B) $A'K'$
(C) KA' (D) KA

c) If A is any matrix and K is any constant, then $(KA)'$ is :

(A) $K'A'$ (B) $A'K'$
(C) KA' (D) KA

घ) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 6$ cm पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है : (1)

(A) 10π (B) 12π
(C) 8π (D) 11π

d) If radius of a circle is $r = 6$ cm, then rate of change of Area with respect to radius is:

(A) 10π (B) 12π
(C) 8π (D) 11π

ङ) $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{4+9x^2}$ का मान है : (1)

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{12}$
(C) $\frac{\pi}{24}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

e) The value of $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{4+9x^2}$ is :

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{12}$
(C) $\frac{\pi}{24}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

2. सभी खण्ड कीजिए।

2. Do all parts :

क) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^3 + x\cos x)\, dx$ को ज्ञात कीजिए। (1)

a) Evaluate : $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^3 + x\cos x)\, dx$

ख) $x = 0$ एवं $x = 2\pi$ तथा वक्र $y = \sin x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (1)

b) Find the area of curve $y = \sin x$ bounded by $x = 0$ and $x = 2\pi$

ग) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ की कोटि और घात ज्ञात कीजिए। (1)

c) Find the order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$

घ) उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा दी गयी हैं। (1)

d) Find the area of parallelogram whose adjacent sides are given by $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

ङ) यदि $A^2 = A$ हो, तो $(I + A)^3 - 7A$ को सरल कीजिए, जहाँ A एक वर्ग आव्यूह है। (1)

e) If $A^2 = A$, then simplify $(I + A)^3 - 7A$, where A is square matrix.

3. सभी खण्ड कीजिए।

3. Do All Parts :

क) x तथा y का मान ज्ञात कीजिए, यदि क्रमित युग्म $(2x-3,\ -5)$ तथा $(x,\ y-1)$ बराबर हों। (2)

a) If the ordered pairs $(2x - 3,\ -5)$ and $(x,\ y - 1)$ are equal, then find the value of x and y.

ख) $x = 3$ पर फलन $f(x) = 2x^2 - 1$ के सांतत्यता की जाँच कीजिए। (2)

b) Examine the continuity of the function $f(x) = 2x^2 - 1$ at $x = 3$.

ग) $\log(\log x),\ x > 1$ का 'x' के सापेक्ष अवकलन कीजिए। (2)

c) Differentiate $\log(\log x),\ x > 1$ with respect to 'x'.

घ) सिद्ध कीजिए कि $\mathbb{R}$ पर $f(x) = e^{2x}$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है। (2)

d) Prove that on $\mathbb{R}$ the given function $f(x) = e^{2x}$ is increasing.

4. सभी खण्ड कीजिए।

4. Do All parts :

क) सिद्ध कीजिए कि $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ यदि और केवल यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ लम्बवत् हैं। यह दिया हुआ है कि $\vec{a} \neq 0,\ \vec{b} \neq 0$ (2)

a) Prove that $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b}) = |\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$ if and only if $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular. It is given that $\vec{a} \neq 0,\ \vec{b} \neq 0$.

ख) x, y और z-अक्षों की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए। (2)

b) Find the direction co-sine of the x, y and z axes.

ग) यदि $P(A) = \dfrac{7}{13}$, $P(B) = \dfrac{9}{13}$ और $P(A \cap B) = \dfrac{4}{13}$ हो, तो $P(A|B)$ ज्ञात कीजिए। (2)

c) If $P(A) = \dfrac{7}{13}$, $P(B) = \dfrac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \dfrac{4}{13}$, then find $P(A|B)$.

घ) $\int \cos^2 x\, dx$ को हल कीजिए। (2)

d) Solve : $\int \cos^2 x\, dx$

5. सभी खण्ड कीजिए।

5. Do All Parts :

क) $\int_0^1 \dfrac{\tan^{-1} x}{1 + x^2}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (5)

a) Evaluate : $\int_0^1 \dfrac{\tan^{-1} x}{1 + x^2}\, dx$

ख) तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}$ और $\vec{c}$ प्रतिबंध $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$ को संतुष्ट करते हैं। यदि $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ और $|\vec{c}|=5$ हो, तो $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए। (5)

b) If three vectors $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ satisfying the condition $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$. If $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ and $|\vec{c}|=5$, then find the value of $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$.

ग) रेखाओं $\vec{r}=3\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k})$ तथा $\vec{r}=5\hat{i}-2\hat{j}+\mu(3\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k})$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। (5)

c) Find the angle between the lines $\vec{r}=3\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k})$ and $\vec{r}=5\hat{i}-2\hat{j}+\mu(3\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k})$

घ) निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत $z=3x+2y$ का न्यूनतमीकरण आलेखीय विधि से कीजिए : (5)
$x+y\geq 8, \quad x\geq 0$
$3x+5y\leq 15, \quad y\geq 0$

d) Minimize $z=3x+2y$ under the following constraints by graphical method:
$x+y\geq 8, \quad x\geq 0$
$3x+5y\leq 15, \quad y\geq 0$

ङ) यदि $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & 3\end{bmatrix}$ हो, तो $(AB)^{-1}$ ज्ञात कीजिए। (5)

e) If $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & -4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & 3\end{bmatrix}$, then find $(AB)^{-1}$.

6. सभी खण्ड कीजिए।

6. Do All Parts :

क) $\tan^{-1}\left(\dfrac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}\right), \dfrac{-\pi}{4}<x<\dfrac{3\pi}{4}$ को सरलतम रूप में लिखिए। (5)

a) Write $\tan^{-1}\left(\dfrac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}\right), \dfrac{-\pi}{4}<x<\dfrac{3\pi}{4}$ in the simplest form.

ख) यदि फलन $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x$ तथा फलन $g : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sin x$ द्वारा परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिए कि f तथा g एकैकी हैं, किन्तु $f + g$ एकैकी नहीं है। (5)

b) If the function $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$ is given by $f(x) = \cos x$ and function $g : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$ is given by $g(x) = \sin x$, then prove that f and g are one–one but $f + g$ are not one–one.

ग) क्या फलन $f(x) = \begin{cases} x + 5, & x \leq 1 \\ x - 5, & x > 1 \end{cases}$, $x = 1$ पर एक संतत फलन है ? (5)

c) Is the $f(x) = \begin{cases} x + 5, & x \leq 1 \\ x - 5, & x > 1 \end{cases}$ continuous at $x = 1$?

घ) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ के मध्य की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। (5)

d) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} - \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$

ङ) एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि ज्ञात हो कि दोनों बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (5)

e) A family has two children. If it is known that at least one child is boy out of two children, then find the probability of becoming boy out of two children.

7. कोई एक खण्ड कीजिए।

7. Do any One Part :

क) अवकल समीकरण $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। (8)

a) Find the general solution of the differential equation $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$.

ख) $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$ को ज्ञात कीजिए। (8)

b) Evaluate: $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$

8. कोई एक खण्ड कीजिए।

8. Do any One Part :

क) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (8)

a) Find the area bounded by ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

ख) सिद्ध कीजिए कि R त्रिज्या के गोले के अंतर्गत विशालतम शंकु का आयतन, गोले के आयतन का $\frac{8}{27}$ होता है। (8)

b) Prove that the volume of the largest right circular cone that can be inscribed in a sphere of radius R is $\frac{8}{27}$ of the volume of the sphere.

9. कोई एक खण्ड कीजिए।

9. Do Any One Part :

क) समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए : (8)

$2x - 3y + 5z = 11$
$3x + 2y - 4z = -5$
$x + y - 2z = -3$

a) Solve the system of Linear equations by Matrix Method.

$2x - 3y + 5z = 11$
$3x + 2y - 4z = -5$
$x + y - 2z = -3$

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^3 - 23A - 40I = 0$ (8)

b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, then show that $A^3 - 23A - 40I = 0$