अनुक्रमांक .....
नाम .....

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 08
Total No. of Pages : 08

131 **324 (DB)**

2026
गणित / Mathematics

समय : 3 घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100
Time : 3 Hours 15 Minutes] [Maximum Marks : 100

सामान्य निर्देश :

i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

ii) इस प्रश्न पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iv) प्रत्येक प्रश्न के आरम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।

v) प्रत्येक प्रश्न के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

vi) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो, उसमें व्यर्थ समय नष्ट न कीजिए।

General Instructions –

i) First **15** minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

ii) There are in all nine questions in this question paper.

iii) All questions are **compulsory.**

iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

v) Marks allotted to the questions are indicated against them.

vi) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one. Do not waste your time over a question you cannot solve.

UPBoardHub

1. **सभी खण्ड कीजिए। प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।**

1. **Do all parts. Select the correct option of each part and write it on your answer book.**

क) यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो, तो अवयव $(1, 2)$ वाले तुल्यता संबंधों की संख्या है। (1)

(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

a) If $A = \{1, 2, 3\}$, then the number of equivalence relation for $(1, 2)$ is :

(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

ख) $f(x) = x^3 \quad \forall\, x \in \mathbb{Z}$ द्वारा प्रदत्त $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ फलन है : (1)

(A) आच्छादक
(B) न तो एकैकी और न ही आच्छादी
(C) एकैकी परंतु आच्छादी नहीं
(D) बहुएकैकी

b) The function defined by $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ f(x) = x^3 \quad \forall\, x \in \mathbb{Z}$ is :

(A) Onto
(B) Neither one one nor onto.
(C) One one but not onto
(D) Many one

ग) $\sin(\tan^{-1} x),\ |x| < 1$ का मान है : (1)

(A) $\dfrac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$ (B) $\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
(C) $\dfrac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$ (D) $\dfrac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$

c) The value of $\sin(\tan^{-1} x),\ |x| < 1$ is :

(A) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (D) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

घ) $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ एक वर्ग आव्यूह है, यदि (1)

(A) $m < n$ (B) $m > n$

(C) $m = n$ (D) इनमें से कोई नहीं

(d) $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ is square matrix, if :

(A) $m < n$ (B) $m > n$

(C) $m = n$ (D) None of these

ङ) $\int x \cos x \, dx$ का मान है : (1)

(A) $\cos x + x \sin x + c$

(B) $x \sin x + c$

(C) $x \cos x + c$

(D) $\sin x + x \cos x + c$

e) The value of $\int x \cos x \, dx$ is –

(A) $\cos x + x \sin x + c$

(B) $x \sin x + c$

(C) $x \cos x + c$

(D) $\sin x + x \cos x + c$

2. सभी खण्ड कीजिए।

2. Do all parts :

क) $\int_{-1}^{+1}(x+1)\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

a) Find the value of $\int_{-1}^{+1}(x+1)\,dx$

ख) अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2\ (x \neq 0)$ का I.F. ज्ञात कीजिए। (1)

b) Find the integrating factor of the differential equation $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2\ (x \neq 0)$

ग) सदिश $(\hat{i} + \hat{j})$ पर सदिश $(\hat{i} - \hat{j})$ का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। (1)

c) Find the projection of vector $(\hat{i} - \hat{j})$ on vector $(\hat{i} + \hat{j})$

घ) यदि $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$ हो, तो $P(A|B)$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

d) If $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$, then find the value of $P(A|B)$.

ङ) $X = \{1, 2, 3\}$ तथा $Y = \{a, b\}$ हो, तो X से Y तक फलनों की संख्या ज्ञात कीजिए। (1)

e) $X = \{1, 2, 3\}$ and $Y = \{a, b\}$, then find the number of functions from X to Y.

3. सभी खण्ड कीजिए।

3. Do All parts :

क) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}\right),\ |x| < a$ को सरलतम रूप में लिखिए। (2)

a) Write $\tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}\right),\ |x| < a$ in simplest form.

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ हैं, तो $(2A - B)$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ then find the value of $(2A - B)$.

ग) सिद्ध कीजिए : $3\cos^{-1} x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x),\ x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ (2)

c) Prove that $3\cos^{-1} x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x),\ x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$

घ) $e^{\cos x}$ के सापेक्ष $\sin^2 x$ का अवकलन कीजिए। (2)

d) Differentiate the function $\sin^2 x$ with respect to the function $e^{\cos x}$

4. सभी खण्ड कीजिए।

4. Do All parts :

क) सिद्ध कीजिए $\mathbb{R}$ पर प्रदत्त फलन $f(x) = 3x + 17$ वर्धमान है। (2)

a) Prove that the given function $f(x) = 3x + 17$ is increasing on $\mathbb{R}$.

ख) यदि $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ तथा $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ दो फलन इस प्रकार हैं कि $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ हो, तो fog ज्ञात कीजिए। (2)

(b) If $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ and $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be functions such that $f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$, then find fog.

ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। (2)

c) Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$.

घ) दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के परिमाण ज्ञात कीजिए, यदि इनके परिमाण समान हैं और इनके बीच का कोण $60°$ है तथा इनका अदिश गुणनफल $\frac{1}{2}$ है। (2)

d) Find the magnitude of the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, if having equal magnitudes and angle $60°$ between them and scalar product $\frac{1}{2}$.

5. सभी खण्ड कीजिए।

5. Do all parts :

क) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ तथा
$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। (5)

(A) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = \hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$ and
$\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

ख) अवकल समीकरण $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। (5)

b) Find the general solution of the differential equation $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$.

ग) दर्शाइए कि बिन्दुओं $(1, -1, 2)$ और $(3, 4, -2)$ से होकर जानेवाली रेखा बिन्दुओं $(0, 3, 2)$ एवं $(3, 5, 6)$ से जानेवाली रेखा पर लम्ब है। (5)

c) Show that the line passing through the points $(1, -1, 2)$ and $(3, 4, -2)$ is perpendicular to the line passing through the points $(0, 3, 2)$ and $(3, 5, 6)$.

घ) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ एवं $A^2 = KA - 2I$ हो, तो K का मान ज्ञात कीजिए। (5)

d) If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $A^2 = KA - 2I$, then find the value of K.

ङ) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित एक संतत फलन है। (5)

e) Prove that the function defined by $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ is continuous.

6. सभी खण्ड कीजिए।

6. Do All parts :

क) 3 cm त्रिज्या की एक वृत्ताकार डिस्क को गर्म किया जाता है। प्रसार के कारण इसकी त्रिज्या 0.05 cm/s की दर से बढ़ रही है। वह दर ज्ञात कीजिए, जिससे इसका क्षेत्रफल बढ़ रहा है, जब इसकी त्रिज्या 3.2 cm है। (5)

a) A circular disc having radius 3 cm is warmed and due to expansion its radius is increasing at the rate 0.05 cm/s. Find the increasing rate of its area when its radius is 3.2 cm.

ख) निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत, रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या को हल कीजिए : (5)
$x + 2y \geq 10$
$3x + 4y \leq 24$
$x \geq 0,\ y \geq 0$
$Z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान आलेखीय विधि से ज्ञात कीजिए।

b) Find the minimum value of linear programming problem $Z = 200x + 500y$ under the following constraints :
$x + 2y \geq 10$
$3x + 4y \leq 24$
$x \geq 0,\ y \geq 0$ by graphical method.

ग) एक पासे को दो बार उछाला गया और प्राप्त संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (5)

c) A die is thrown twice and found that the sum of the numbers 6. Find the conditional probability of getting number 4 minimum one time.

घ) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ समान परिमाण वाले परस्पर लंबवत सदिश हैं, तो दर्शाइए कि सदिश $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ सदिशों $\vec{a}, \vec{b}$ तथा $\vec{c}$ के साथ बराबर झुका हुआ है। (5)

d) If vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are mutually perpendicular and having equal magnitude, then show that the vector $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ is equally inclined to the vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

ङ) वृत्त $x^2 + y^2 = r^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (5)

e) Find the area of the circle $x^2 + y^2 = r^2$.

7. कोई एक खण्ड कीजिए।

7. Do any one part :

क) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ हो, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। (8)

a) If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ then find A^{-1}.

ख) समीकरण निकाय (8)
$2x + 3y + 3z = 5$
$x - 2y + z = -4$
$3x - y - 2z = 3$
को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

b) Solve the system of Linear Equations by Matrix Method
$2x + 3y + 3z = 5$
$x - 2y + z = -4$
$3x - y - 2z = 3$

8. कोई एक खण्ड कीजिए।

8. Do any one part :

क) सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अंतर्गत महत्तम वक्र पृष्ठ वाले लंब वृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है। (8)

a) Prove that the radius of the largest (maximum surface area) right circular cylinder that can be inscribed in a cone is half of the radius of the cone.

ख) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (8)

b) Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$

9. कोई एक खण्ड कीजिए।

9. Do any one part :

क) $\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। (8)

a) Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$

ख) यदि $y = \sin^{-1} x$ है, तो दर्शाइए कि $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$ (8)

b) If $y = \sin^{-1} x$, then show that $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$