मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 12

928 **822(DW)**

2023
गणित
(Mathematics / Hindi and English Versions)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट **पूर्णांक : 70**

निर्देश / Instructions :

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। / All questions are compulsory.

(ii) इस प्रश्न-पत्र के 'अ' और 'ब' दो खण्ड हैं। / This question paper has two sections 'A' and 'B'.

(iii) खण्ड 'अ' में 1 अंक के 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जिनके उत्तर ओ.एम.आर. उत्तर पत्रक पर देने हैं। / Section 'A' contains 20 multiple choice type questions of 1 mark each that has to be answered on OMR Answer Sheet.

(iv) ओ.एम.आर. उत्तर पत्रक पर उत्तर अंकित किए जाने के पश्चात उसे नहीं काटें तथा इरेजर, ह्वाइटनर आदि का प्रयोग न करें। / After giving answer on OMR Answer Sheet, do not cut it and do not use eraser, whitener etc.

(v) खण्ड 'ब' में 50 अंक के विस्तृत उत्तरीय प्रश्न हैं। / Section 'B' contains detailed answer type questions of 50 marks.

(vi) इस खण्ड में कुल 5 प्रश्न हैं। / Total 5 questions are there in this part.

(vii) प्रत्येक प्रश्न के आरम्भ में स्पष्टत: लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं। / In the beginning of each question it has been mentioned how many parts of it are to be attempted.

(viii) प्रश्न के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं। / Marks allotted to each question are mentioned against it.

(ix) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्तिम प्रश्न तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट न कीजिए। / Start from the first question and go up to the last question. Do not waste your time on the question you cannot solve.

(x) यदि रफ कार्य के लिए स्थान अपेक्षित है तो उत्तर-पुस्तिका के बाएँ पृष्ठ पर कीजिए और फिर काट (×) दीजिए। उस पृष्ठ पर कोई हल न कीजिए। / If you need place for rough work, do it on left page of your answer book and cross (x) the page. Do not write the solution on that page.

(xi) रचना के प्रश्नों के हल में रचना रेखाएँ न मिटाइए। यदि पूछा गया हो तो रचना के पद संक्षेप में अवश्य लिखिए। / Do not rub off the lines constructed in a question of construction. Do write the steps of construction in brief, if asked.

(xii) जिन प्रश्नों के हल में चित्र खींचना आवश्यक है, उनमें स्वच्छ एवं शुद्ध चित्र अवश्य खींचिए। बिना चित्र के ऐसे हल अपूर्ण और अशुद्ध माने जायेंगे। / Draw neat and correct figure in solution of a question wherever it is necessary, otherwise in its absence the solution will be treated incomplete and wrong.

खण्ड — 'अ'

(बहुविकल्पीय प्रश्न / Multiple Choice Type Questions)

1. निम्नलिखित संख्याओं में परिमेय संख्या है : **1** In the following numbers, the rational number is :

   (A) $\sqrt{9}$

   (B) $\sqrt{3}$

   (C) $\sqrt{0.1}$

   (D) $0.101101110\ldots$

2. रैखिक समीकरण युग्म $x + y = 10, x - y = 4$ का हल है : **1** The solution of the pair of linear equations $x + y = 10, x - y = 4$ is :

   (A) $x = 5, y = 2$

   (B) $x = 7, y = 3$

   (C) $x = 7, y = -3$

   (D) $x = -7, y = -3$

3. बिन्दु $(5, 9)$ की y-अक्ष से दूरी है : **1** The distance of point $(5, 9)$ from y-axis is :

   (A) 14 मात्रक (units)

   (B) 9 मात्रक (units)

   (C) 5 मात्रक (units)

   (D) $\sqrt{106}$ मात्रक (units)

4. यदि एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज की एक भुजा $5\sqrt{2}$ सेमी है, तो इसके कर्ण की लंबाई है : **1** If one side of an isosceles right triangle is $5\sqrt{2}$ cm, then the length of its hypotenuse is :

   (A) 10 सेमी

   (B) $10\sqrt{2}$ सेमी

   (C) 15 सेमी

   (D) $15\sqrt{2}$ सेमी

5. $\sin^2 18^\circ - \cos^2 72^\circ$ का मान है : **1** The value of $\sin^2 18^\circ - \cos^2 72^\circ$ is :

(A) 1

(B) 0

(C) $\frac{1}{4}$

(D) -1

6. किसी धनात्मक सम पूर्णांक p के लिए, प्रत्येक धनात्मक विषम पूर्णांक का रूप होगा : **1** For any positive even integer p, every positive odd integer will be of the form :

(A) p

(B) $p + 1$

(C) $2p$

(D) $2p + 1$

7. यदि संख्याओं $7, 8, x, 11, 14$ का माध्य x है, तो x का मान है : **1** If mean of the numbers $7, 8, x, 11, 14$ is x, then the value of x is :

(A) 9

(B) 10

(C) 10.5

(D) 11

8. यदि द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल समान हैं, तो c का मान है : **1** If the roots of the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$ are equal, then the value of c is :

(A) $\frac{a^2}{4b}$

(B) $\frac{a^2}{b}$

(C) $\frac{b^2}{a}$

(D) $\frac{b^2}{4a}$

9. दिए गए चित्र में यदि $AD = (x + 3)$ सेमी, $DB = (3x + 19)$ सेमी, $AE = x$ सेमी, $EC = (3x + 4)$ सेमी और $DE \parallel BC$, तो x का मान है

: **1** In the given figure, if $AD = (x + 3)$ cm, $DB = (3x + 19)$ cm, $AE = x$ cm, $EC = (3x + 4)$ cm and $DE \parallel BC$, then the value of x is :

(A) 4 सेमी

(B) 1 सेमी

(C) 2 सेमी

(D) 3 सेमी

10. 1 से 10 तक की धनात्मक सम संख्याओं का समान्तर माध्य होगा : **1** The arithmetic mean of the even positive numbers from 1 to 10 will be :

(A) 2

(B) 4

(C) 5

(D) 6

11. संख्या 156 का अभाज्य गुणनखण्ड होगा : **1** Prime factors of the number 156 will be :

(A) $2 \times 3 \times 13$

(B) $2^2 \times 3 \times 13$

(C) $2^2 \times 3 \times 11$

(D) $2 \times 3^2 \times 13$

12. यदि एक वर्गीकृत आँकड़े का माध्य और बहुलक क्रमशः 24 और 12 हैं, तो इसका माध्यक है : **1** If mean and mode of a grouped data are 24 and 12 respectively, then its median is :

(A) 18

(B) 20

(C) 22

(D) 25

13. यदि रैखिक समीकरण युग्म $2x + 3y = 5$, $4x + ky = 10$ के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं, तो k का मान है : **1** If the pair of linear equations $2x + 3y = 5$, $4x + ky = 10$ has infinitely many solutions, then the value of k is :

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C) 3

(D) 6

14. ABC और BDE दो समबाहु त्रिभुज इस प्रकार हैं कि D भुजा BC का मध्य बिन्दु है। त्रिभुजों ABC और BDE के क्षेत्रफलों का अनुपात है : **1** ABC and BDE are two equilateral triangles such that D is the mid-point of BC. Ratio of the areas of the triangles ABC and BDE is :

(A) $2 : 1$

(B) $1 : 2$

(C) $4 : 1$

(D) $1 : 4$

15. यदि $\cos A = \frac{7}{25}$, तो $\tan A + \cot A$ का मान है : **1** If $\cos A = \frac{7}{25}$, then the value of $\tan A + \cot A$ is :

(A) $\frac{24}{25}$

(B) $\frac{25}{24}$

(C) $\frac{625}{576}$

(D) $\frac{625}{168}$

16. यदि दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 4 सेमी तथा 3 सेमी हैं, तो इन वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर क्षेत्रफल वाले वृत्त की त्रिज्या है : **1** If the radii of two circles are 4 cm and 3 cm respectively, then the radius of the circle having area equal to the sum of the areas of these circles is :

(A) 5 सेमी

(B) 6 सेमी

(C) 7 सेमी

(D) 25 सेमी

17. द्विघात समीकरण $x^2 - 3x - 10 = 0$ के मूल हैं : **1** The roots of the quadratic equation $x^2 - 3x - 10 = 0$ are :

(A) $5, 2$

(B) $5, -2$

(C) $-5, 2$

(D) $-5, -2$

18. यदि समतल मैदान पर एक मीनार की छाया की लंबाई उसकी ऊँचाई की $\sqrt{3}$ गुनी है, तो सूर्य का उन्नयन कोण है : **1** If the length of shadow of a tower on the plane ground is $\sqrt{3}$ times of its height, the angle of elevation of the sun is :

(A) $60°$

(B) $45°$

(C) $30°$

(D) $90°$

19. 45 सेमी ऊँचाई और 4 सेमी व्यास वाले एक धात्विक ठोस बेलन को पिघलाकर बनाये गये 6 सेमी व्यास के ठोस गोलों की संख्या है : **1** The number of solid spheres, each of diameter 6 cm that can be made by melting a solid metal cylinder of height 45 cm and diameter 4 cm is :

(A) 3

(B) 5

(C) 4

(D) 6

20. यदि $\triangle ABC$ एक समबाहु त्रिभुज इस प्रकार है कि $AD \perp BC$, तो AD^2 बराबर है : **1** If $\triangle ABC$ is an equilateral triangle such that $AD \perp BC$, then AD^2 is equal to :

(A) $3DC^2$

(B) $2DC^2$

(C) $\frac{3}{2}DC^2$

(D) $4DC^2$

खण्ड — 'ब'

(विस्तृत उत्तरीय प्रश्न / Detailed Answer Type Questions)

1. सभी खण्ड कीजिए : **12**

(a) द्विघात समीकरण $4x^2 - 6x + 5 = 0$ का विविक्तकर ज्ञात कीजिए और फिर इसके मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। **2**

(b) 3.0 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिये। इसके केन्द्र से 7.0 सेमी दूर स्थित एक बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए। रचना के पद संक्षेप में लिखियें। **2**

(c) यदि $\cos(A - B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ और $\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, जहाँ $0° < (A + B) \leq 90°$ और $A > B$ है, तो A और B का मान ज्ञात कीजिए। **2**

(d) निम्नांकित बारंबारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए : **2**

वर्ग अंतराल	$40 - 45$	$45 - 50$	$50 - 55$	$55 - 60$	$60 - 65$	$65 - 70$	$70 -$
बारंबारता	2	3	8	6	6	3	

(e) दो अंकों की एक संख्या के अंकों का योग 9 है। इस संख्या का नौ गुना, संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है। वह संख्या ज्ञात कीजिए। **2**

(f) निम्नांकित आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए : **2**

वर्ग अंतराल	$0 - 10$	$10 - 20$	$20 - 30$	$30 - 40$	$40 - 50$	$50 - 60$	$60 -$
बारंबारता	7	14	13	12	20	11	15

2. किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए : **20**

(a) (i) दर्शाइये कि एक धनात्मक विषम पूर्णांक $4q + 1$ या $4q + 3$ के रूप का होता है, जहाँ q एक पूर्णांक है। **2**

— अथवा —

(ii) 867 और 255 का म०स० यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए। **2**

(b) एक सीधा राजमार्ग एक मीनार के पाद तक जाता है। मीनार के शिखर पर खड़ा एक आदमी एक कार को $30°$ के अवनमन कोण पर देखता है, जो कि मीनार के पाद की ओर एक समान चाल से जाती है। 6 सेकेण्ड बाद कार का अवनमन कोण $60°$ हो गया। इस बिन्दु से मीनार के पाद तक पहुँचने में कार द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए। **4**

(c) बिन्दुओं $A(-2, 2)$ और $B(2, 8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। **4**

(d) एक भिन्न का अंश उसके हर से 3 कम है। यदि अंश और हर दोनों में 2 जोड़ा जाता है, तो नई भिन्न तथा मूल भिन्न का योग $\frac{29}{20}$ हो जाता है। मूल भिन्न ज्ञात कीजिए। **4**

(e) चित्र में, AB और CD केन्द्र O वाले एक वृत्त के दो लम्बवत व्यास हैं। OD छोटे वृत्त का व्यास है। यदि $OA = 7$ सेमी, तो लघु और दीर्घ वृत्तों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। **4**

(f) निम्नलिखित बारंबारता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए : **4**

वर्ग अंतराल	$20 - 60$	$60 - 100$	$100 - 150$	$150 - 250$	$250 - 350$	$350 -$
बारंबारता	7	5	16	12	2	

3. एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को अन्तर्गत करने वाली भुजाएँ समानुपाती हों, तो सिद्ध कीजिए कि दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं। **6**

अथवा / OR

BL और CM एक समकोण त्रिभुज ABC की माध्यिकायें हैं तथा इस त्रिभुज का $\angle A$ समकोण है। सिद्ध कीजिए कि $4(BL^2 + CM^2) = 5BC^2$. **6**

4. हल कीजिए : **6**

$$\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 3$$

$$\frac{8}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = 1$$

अथवा / OR

एक मोटर बोट, जिसकी स्थिर जल में चाल 18 किमी/घंटा है, 24 किमी धारा के प्रतिकूल जाने में तथा वही दूरी धारा के अनुकूल वापस आने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए। **6**

5. धातु की चादर से बना और ऊपर से खुला एक बर्तन शंकु के एक छिन्नक के आकार का है, जिसकी ऊँचाई 24 सेमी है तथा निचले ओर ऊपरी सिरों की त्रिज्यायें क्रमशः 8 सेमी और 20 सेमी हैं। 40 रु० प्रति लीटर की दर से इस बर्तन को पूरा भर सकने वाले दूध का मूल्य ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$) **6**

अथवा / OR

3 मी व्यास का एक कुआँ 14 मी की गहराई तक खोदा जाता है। इससे निकली हुई मिट्टी को कुएँ के चारों ओर 4 मी चौड़ी एक वृत्ताकार वलय बनाते हुए, समान रूप से फैलाकर एक प्रकार का बाँध बनाया जाता है। इस बाँध की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। **6**