Name..... Roll No..... UP

वार्षिक परीक्षा : 2023
कक्षा– XI
गणित

समय– 2½ घण्टे **पूर्णांक– 100**

नोट– सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. दिये गये प्रश्नों के उत्तर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए– (2×5=10)

क. $\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin \theta}{\theta}$ का मान होगा–

2

a. 0

b. 1

c. ∞

d. θ

ख. परवलय $y^2 = 4ax$ के नाभिलम्ब की लम्बाई होगी–

2

a. a

b. $4a$

c. $2a$

d. 4

ग. दो सरल रेखायें परस्पर लम्ब हों तो उनके प्रवणताओं का गुणनफल होगा–

2

a. 0

b. 1

c. -1

d. इनमें कोई नहीं

घ. $x = 100$ पर $99x$ का अवकलज होगा–

2

a. 0

b. 100

c. 99

d. 9900

ङ. किसी वृत्त पर स्थित 21 बिन्दुओं से होकर जाने वाली जीवाओं की संख्या होगी–

2

a. 210

b. 420

c. 21

d. 2

2. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए– (3×5=15)

क.

$$x^2 + y^2 - 4x - 8y - 45 = 0$$

दिये गये वृत्त के समीकरण से वृत्त का केन्द्र एवं त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

ख. $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

ग. एक सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो निर्देशांकों से समान अन्तःखण्ड काटती है और बिन्दु $(2, 3)$ से होकर जाती है।

घ. उस गुणोत्तर श्रेणी का 12वाँ पद ज्ञात कीजिए जिसका 8वाँ पद 192 तथा सार्वअनुपात 2 है।

ङ. MATHEMATICS शब्द के अक्षरों में से सभी अक्षरों को लेकर कितने अर्थपूर्ण या अर्थहीन शब्द बन सकते हैं।

च. सिद्ध कीजिए–

$$\cos^2 2x - \cos^2 6x = \sin 4x \cdot \sin 8x$$

3. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए– (4×5=20)

क. एक कमेटी में 50 व्यक्ति फ्रेंच, 20 व्यक्ति स्पैनिश और 10 व्यक्ति फ्रेंच और स्पैनिश दोनों ही भाषाओं को बोल सकते हैं। कितने व्यक्ति इन दोनों ही भाषाओं में से कम से कम एक भाषा बोल सकते हैं ?

ख. $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 8x + 12}$ का प्रान्त ज्ञात कीजिए।

ग. सिद्ध कीजिए कि

$$\cot x \cdot \cot 2x - \cot 2x \cdot \cot 3x - \cot 3x \cdot \cot x = 1$$

घ. यदि $x - iy = \sqrt{\frac{a - ib}{c - id}}$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$(x^2 + y^2)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}$$

ङ. असमिका सम्बन्ध को हल कीजिए।

$$5(2x - 7) - 3(2x + 6) \leq 0$$

$$2x + 19 \leq 6x + 47$$

च. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax + bx}{ax + \sin bx}$ जहाँ $(a \neq 0, b \neq 0$ & $a + b \neq 0)$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए– (5×5=25)

क. मान लीजिए $f(x) = \begin{cases} a + bx, & x < 1 \\ 4, & x = 1 \\ b - ax, & x > 1 \end{cases}$

और यदि $\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$ हो तो a और b के संभव मान ज्ञात कीजिए।

ख. यदि किसी समान्तर श्रेणी के n पदों का योगफल $Pn + Qn^2$ है, जहाँ P तथा Q स्थिरांक हों, तो सार्वअंतर ज्ञात कीजिए।

ग. $\sin x$ का अवकलज प्रथम सिद्धान्त से ज्ञात कीजिए।

घ. सिद्ध कीजिए कि बिंदु $(0, 7, 10)$, $(-1, 6, 6)$ और $(-4, 9, 6)$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

ङ. रेखा $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ पर मूल बिंदु से डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

च. नाभियाँ $(0, \pm\sqrt{10})$ हैं तथा अतिपरवलय $(2, 3)$ से होकर जाता है, अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए।

छ. परवलय $y^2 = 4ax$ के अन्तर्गत एक समबाहु त्रिभुज है जिसका एक शीर्ष परवलय का शीर्ष है। त्रिभुज की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए और त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

ज. किसी समान्तर श्रेणी के m तथा n पदों के योगफल में $m^2 : n^2$ का अनुपात है। सिद्ध कीजिए कि श्रेणी के mवें तथा nवें पदों का अनुपात $(2m - 1) : (2n - 1)$ होगा।