अनुक्रमांक ..... मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

नाम .....

131 **324(DD)**

2026
गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] **[पूर्णांक : 100**

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : *First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.*

निर्देश :

i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all nine questions in this question paper.

ii) All questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question which you cannot solve.

UPBoardHub

1. **सभी खण्ड कीजिए।**

1. **Do all parts.**

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।
Select the correct option of each part and write it on your answer book.

क) यदि फलन $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित है, तब फलन f है – (1)

(A) एकैकी एवं आच्छादक (B) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं
(C) न तो एकैकी और न आच्छादक (D) बहुएक एवं आच्छादक

a) If the function $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ is defined as $f(x) = x^2$, then f is –

(A) One – one and on to (B) One – one but not on to
(C) Neither one – one nor on to (D) Many – one and on to

ख) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में संबंध $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ द्वारा परिभाषित है, तो R है : (1)

(A) स्वतुल्य और सममित परन्तु संक्रामक नहीं
(B) स्वतुल्य और संक्रामक परन्तु सममित नहीं
(C) सममित और संक्रामक परन्तु स्वतुल्य नहीं
(D) न स्वतुल्य, न सममित और न ही संक्रामक

b) The relation $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ is defined in the set of real numbers. Then R is :

(A) Reflexive and symmetric but not transitive.
(B) Reflexive and transitive but not symmetric.
(C) Symmetric and transitive but not Reflexive.
(D) Not reflexive, not symmetric and not transitive.

ग) यदि सदिश $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ और $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ एक दूसरे पर लम्ब हैं, तो λ का मान है : (1)

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 0

c) If vectors $5\hat{i} - \lambda\hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ are perpendicular to each other, then the value of λ is :

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 0

घ) यदि $x - y = \pi$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान है : (1)

(A) 0 (B) π (C) 1 (D) x

d) If $x - y = \pi$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ is :

(A) 0 (B) π (C) 1 (D) x

ङ) x अक्ष के दिक् कोसाइन हैं : (1)

(A) $(1, 0, 0)$ (B) $(0, 1, 0)$ (C) $(0, 0, 1)$ (D) $(0, 0, 0)$

e) Direction cosines of x axis are:

(A) $(1, 0, 0)$ (B) $(0, 1, 0)$ (C) $(0, 0, 1)$ (D) $(0, 0, 0)$

2. सभी खण्ड कीजिए।

2. Do all parts.

क) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। (1)

a) Find the principle value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

ख) $\int_2^3 \frac{1}{x}\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

b) Find the value of $\int_2^3 \frac{1}{x}\,dx$.

ग) सदिशों $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। (1)

c) Find the angle between vectors $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$.

घ) एक रेखा के दिक् अनुपात $2, -1$ तथा -2 हैं, तो इसकी दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए। (1)

d) Direction ratios of a line are $2, -1$ and -2. Find the direction cosines of the line.

ङ) यदि $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ और $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ है, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ ज्ञात कीजिए। (1)

e) If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, then find $P\left(\frac{A}{B}\right)$.

3. सभी खण्ड कीजिए।

3. Do All parts.

क) यदि $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ तथा $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ फलन क्रमशः $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित हैं, तो gof तथा fog ज्ञात कीजिए। (2)

a) If functions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ and $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ are defined respectively as $f(x) = \cos x$ and $g(x) = 3x^2$, then find gof and fog.

ख) सारणिक $\begin{vmatrix} x & a & x+a \\ y & b & y+b \\ z & c & z+c \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

b) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} x & a & x+a \\ y & b & y+b \\ z & c & z+c \end{vmatrix}$.

ग) यदि फलन $f(x) = \begin{cases} x+2\,, & x \neq 0 \\ 1\,, & x = 0 \end{cases}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि फलन $x = 0$ पर संतत नहीं है। (2)

c) If $f(x) = \begin{cases} x+2\,, & x \neq 0 \\ 1\,, & x = 0 \end{cases}$, then prove that function is not continuous at $x = 0$.

घ) बिन्दु $(1, 2, 3)$ से गुजरनेवाली तथा सदिश $2\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ के समान्तर रेखा के सदिश तथा कार्तीय समीकरणों को ज्ञात कीजिए। (2)

d) Find the vector and Cartesian equations of a line which passes through the point $(1, 2, 3)$ and parallel to the vector $2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$.

4. सभी खण्ड कीजिए।

4. Do All parts.

क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। (2)

a) Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$.

ख) यदि $y = 5\cos x - 3\sin x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$. (2)

b) If $y = 5\cos x - 3\sin x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

ग) सदिश $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ का सदिश $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। (2)

c) Find the projection of vector $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ on vector $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$.

घ) यदि $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ और $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ है, तो दर्शाइए कि A तथा B स्वतन्त्र घटनाएं हैं। (2)

d) If $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$, show that A and B are independent events.

5. सभी खण्ड कीजिए।

5. Do all parts.

क) सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$ (5)

a) Prove that $\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$

ख) यदि $\cos y = x\cos(a+y)$ तथा $\cos a \neq \pm 1$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$ (5)

b) If $\cos y = x\cos(a+y)$ and $\cos a \neq \pm 1$, then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$

ग) अवकल समीकरण $(1+x^2)\,dy + 2xy\,dx = \cot x\,dx$ को हल कीजिए। (5)

c) Solve the differential equation : $(1+x^2)\,dy + 2xy\,dx = \cot x\,dx$

घ) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $z = 10x+3y$ का आलेखीय विधि से अधिकतमीकरण कीजिए। (5)
$x \geq 0\,;\quad y \geq 0\,;\quad 5x+3y \leq 15\,;\quad 2x+5y \leq 10$

d) Maximize, $z = 10x+3y$ by graphical method under the following constraints.
$x \geq 0\,;\quad y \geq 0\,;\quad 5x+3y \leq 15\,;\quad 2x+5y \leq 10$

ङ) रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ और $\vec{r} = (2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। (5)

e) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ and
$\vec{r} = (2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$

6. सभी खण्ड कीजिए।

6. Do All parts.

क) सारणिक $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। (5)

a) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$

ख) आव्यूह विधि से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए। (8)

$x - y + 2z = 7$
$3x + 4y - 5z = -5$
$2x - y + 3z = 12$

b) Solve the following system of equations by using Matrix Method

$x - y + 2z = 7$
$3x + 4y - 5z = -5$
$2x - y + 3z = 12$

8. कोई एक खण्ड कीजिए।

8. Do any one part.

क) सिद्ध कीजिए कि R त्रिज्या के गोले के अन्तर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊँचाई $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ है। बेलन का अधिकतम आयतन भी ज्ञात कीजिए। (8)

a) Prove that the height of cylinder of maximum volume inscribed in a sphere of radius R is $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. Also find the maximum volume of the cylinder.

ख) अवकल समीकरण $(x - y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$ का हल ज्ञात कीजिए। (8)

b) Solve the differential equation $(x - y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$

9. कोई एक खण्ड कीजिए।

9. Do any one part.

क) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (8)

a) Find the value of : $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$

ख) $\int \left[\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}\right] \, dx$ को हल कीजिए। (8)

b) Solve : $\int \left[\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}\right] \, dx$