अनुक्रमांक .....  मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

नाम .....

**131**  **324(CZ)**

# 2026
# गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ]  [ पूर्णांक : 100

**नोट :** प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

***Note :*** *First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.*

**निर्देश :**

i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

***Instructions :***

i) *There are in all nine questions in this question paper.*

ii) *All questions are compulsory.*

iii) *In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.*

iv) *Marks allotted to the questions are indicated against them.*

v) *Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.*

vi) *Do not waste your time over a question which you cannot solve.*

UPBoardHub

**324(CZ)** **2**

1. **निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :**

   **सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :**

क) $f : X \to Y$ एक आच्छादक फलन होगा यदि और केवल यदि $f$ का परिसर हो

A) $X$ B) $X \cap Y$ C) $Y$ D) $X \cup Y$ 1

ख) $\cos(\sec^{-1} x + \csc^{-1} x), \quad |x| \geq 1$ का मान है

A) $1$ B) $0$ C) $-1$ D) $\frac{1}{2}$ 1

ग) $\lambda$ के किस मान के लिए सदिश $2\hat{i} + \hat{j} - \lambda\hat{k}$ सदिश $\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ पर लम्बवत् है ?

A) $4$ B) $5$ C) $6$ D) $-6$ 1

घ) समाकल $\int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}\, dx$ का मान है

A) $-\tan x + \cot x + C$ B) $\tan x + \sec x + C$
C) $\tan x - \cot x + C$ D) $\tan x + \cot x + C$ 1

ङ) अवकल समीकरण $x\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \sin x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^5 = 0$ की कोटि है

A) $2$ B) $3$ C) $5$ D) $6$ 1

1. **Do all the parts of the following :**

   **Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :**

a) $f : X \to Y$ will be an onto function if and only if its range is

A) $X$ B) $X \cap Y$ C) $Y$ D) $X \cup Y$ 1

b) The value of $\cos(\sec^{-1} x + \csc^{-1} x), \quad |x| \geq 1$ is

A) $1$ B) $0$ C) $-1$ D) $\frac{1}{2}$ 1

c) For which value of $\lambda$ is the vector $2\hat{i} + \hat{j} - \lambda\hat{k}$ perpendicular to the vector $\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ ?

A) $4$ B) $5$ C) $6$ D) $-6$ 1



d) The value of the integral $\int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}\, dx$ is

A) $-\tan x + \cot x + C$ B) $\tan x + \sec x + C$
C) $\tan x - \cot x + C$ D) $\tan x + \cot x + C$ 1

e) The order of the differential equation $x\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \sin x \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y^5 = 0$ is

A) $2$ B) $3$ C) $5$ D) $6$ 1

## 2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \tan x$ एक सतत फलन है। 2

ख) $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ में एक सम्बन्ध $R$ निम्नवत् परिभाषित है :

$$(a, b)R(c, d) \text{ यदि और केवल यदि } ad = bc.$$

सिद्ध कीजिए कि $R$ एक तुल्यता सम्बन्ध है। 2

UPBoardHub

**2. Do all the parts of the following :**

a) Prove that $f(x) = \tan x$ is a continuous function. 2

b) A relation $R$ is defined in $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ as follows :

$$(a, b)R(c, d) \text{ if and only if } ad = bc.$$

Prove that $R$ is an equivalence relation. 2



3. **निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :**

ग) $\int \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) दर्शाइए कि बिन्दु $A, B$ और $C$, जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ हैं, एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों की रचना करते हैं। 2

**3. Do all the parts of the following :**

c) Evaluate : $\int \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}\, dx$. 2

d) Show that the points $A, B$ and $C$, whose position vectors are respectively $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ form the vertices of a right-angled triangle. 2

**4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :**

क) यदि $2\begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 10 \end{bmatrix}$, तो $x$ तथा $y$ के मान ज्ञात कीजिए। 2

ख) किसी आयत की लम्बाई $x$, 3 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई $y$, 2 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 5$ सेमी और $y = 3$ सेमी, तो आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए। 2

ग) सत्यापित कीजिए कि फलन $y = a\cos x + b\sin x$, जिसमें $a, b \in \mathbb{R}$, अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ का हल है। 2

घ) सिद्ध कीजिए कि यदि $E$ और $F$ स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो $E$ और $F'$ भी स्वतंत्र होंगी। 2



4. **Do all the parts of the following :**

a) If $2\begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 10 \end{bmatrix}$, find the values of $x$ and $y$. 2

b) The length $x$ of a rectangle is decreasing at the rate of 3 cm/min and the breadth $y$ is increasing at the rate of 2 cm/min. When $x = 5$ cm and $y = 3$ cm, find the rate of change of the area of the rectangle. 2

c) Verify that the function $y = a\cos x + b\sin x$ in which $a, b \in \mathbb{R}$, is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$. 2

d) Prove that if $E$ and $F$ are independent events, then $E$ and $F'$ will also be independent. 2

**5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :**

क) सारणिक $\begin{vmatrix} 17 & 15 & 13 \\ 9 & -8 & 7 \\ -3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

UPBoardHub

ख) दर्शाइए कि $\sin^{-1}\frac{12}{13}+\cos^{-1}\frac{4}{5}+\tan^{-1}\frac{63}{16}=\pi$. 5

ग) यदि $x=a\sin^3 t, y=b\cos^3 t$ तो बिंदु $t=\frac{\pi}{2}$ पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 5

घ) मान लीजिए $\vec{a}, \vec{b}$ और $\vec{c}$ तीन सदिश इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=5$ और इनमें से प्रत्येक, अन्य दो सदिशों के योगफल पर लम्बवत् है, तो $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) $x^2\,dy+\frac{1}{2}(xy+y^2)\,dx=0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y=1$ जब $x=1$. 5

**5. Do all parts of the following :**

a) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix}17 & 15 & 13\\ 9 & -8 & 7\\ -3 & 2 & 5\end{vmatrix}$. 5

b) Show that $\sin^{-1}\frac{12}{13}+\cos^{-1}\frac{4}{5}+\tan^{-1}\frac{63}{16}=\pi$. 5

c) If $x=a\sin^3 t, y=b\cos^3 t$, then find $\frac{dy}{dx}$ at the point $t=\frac{\pi}{2}$. 5



d) Let three vectors $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ be such that $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=5$ and each of them is perpendicular to the sum of the other two vectors, then find the value of $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$. 5

e) Find the particular solution of $x^2\,dy+\frac{1}{2}(xy+y^2)\,dx=0$, given that $y=1$ when $x=1$. 5

**6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :**

UPBoardHub

क) उस रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(-1, 4, -5)$ से जाती है और $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-8}{6}$ के समान्तर है। 5

ख) व्यवरोधों $2x+y \leq 80, x+y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$ के अंतर्गत $Z = 105x+90y$ का अधिकतमीकरण ग्राफीय विधि से ज्ञात कीजिए। 5

ग) यह दिया गया है कि दो पांसों को फेंकने पर प्राप्त संख्याएँ भिन्न-भिन्न हैं। दोनों संख्याओं का योग 4 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

घ) अवकल समीकरण $y\,dx + (x - y^2)\,dy = 0$ को हल कीजिए। 5

ङ) यदि किसी $\triangle ABC$ के शीर्ष $A, B, C$ के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $\vec{c}$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल $\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}|$ होगा। 5

**6. Do all the parts of the following :**

a) Find the Cartesian equation of that line which passes through the point $(-1, 4, -5)$ and parallel to $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-8}{6}$. 5

b) Maximize $Z = 105x + 90y$ under the constraints $2x + y \leq 80$, $x + y \leq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ by graphical method. 5

c) It is given that the numbers obtained on throwing two dice are different. Find the probability that the sum of both numbers is 4. 5



d) Solve the differential equation $y\,dx + (x - y^2)\,dy = 0$. 5

e) If the position vectors of the vertices $A, B, C$ of a $\triangle ABC$ are respectively $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$, then prove that the area of $\triangle ABC$ will be $\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}|$. 5

UPBoardHub

**7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :**

क) समीकरण निकाय

$$x - y + 2z = 7$$
$$3x + 4y - 5z = -5$$
$$2x - y + 3z = 12$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ समीकरण $A^2 - 6A + 11I = O$ को सन्तुष्ट करता है, जहाँ $I$ कोटि $2 \times 2$ का तत्समक आव्यूह है और $O$ कोटि $2 \times 2$ का शून्य आव्यूह है। इसकी सहायता से $A^{-1}$ ज्ञात कीजिए। 8

7. **Do any one part of the following :**

a) Solve by matrix method the system of equations :

$$x - y + 2z = 7$$
$$3x + 4y - 5z = -5$$
$$2x - y + 3z = 12$$

8

b) Prove that the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^2 - 6A + 11I = O$, where $I$ is the identity matrix of order $2 \times 2$ and $O$ is the zero matrix of order $2 \times 2$. With the help of it find $A^{-1}$. 8



8. **निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :**

UPBoardHub

क) सिद्ध कीजिए कि अर्द्धशीर्ष कोण $\alpha$ और ऊँचाई $h$ के लम्ब वृत्तीय शंकु के अन्तर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊँचाई, शंकु की ऊँचाई की एक तिहाई है और बेलन का अधिकतम आयतन $\frac{4}{27}\pi h^3 \tan^2 \alpha$ है। 8

ख) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2.$ 8

8. **Do any one part of the following :**

a) Prove that the height of the cylinder of maximum volume inscribed in a right circular cone of semi-vertical angle $\alpha$ and height $h$ is one-third of the height of the cone and the maximum volume of the cylinder is $\frac{4}{27}\pi h^3 \tan^2 \alpha$. 8

b) Prove that $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2.$ 8

9. **निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :**

क) वृत्त $(x-2)^2 + y^2 = 4$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 8

ख) $\int (\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}) \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

9. **Do any one part of the following :**

a) Find the area of the circle $(x-2)^2 + y^2 = 4$. 8

b) Find the value of $\int (\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}) \, dx$. 8



UPBoardHub