अनुक्रमांक .... मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8

नाम ....

131 **324(CY)**

2026

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : *First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.*

निर्देश :

i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) *There are in all nine questions in this question paper.*

ii) *All questions are compulsory.*

iii) *In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.*

iv) *Marks allotted to the questions are indicated against them.*

v) *Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.*

vi) *Do not waste your time over a question which you cannot solve.*

UPBoardHub

1. **निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :**

   सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) यदि $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(5-x^5)^{1/5}$ द्वारा प्रदत्त है, तो $fof(x)$ बराबर है

A) $x^{1/5}$ B) x C) x^5 D) $5-x^5$ 1

ख) $\int\limits_{2}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{4+x^2}$ का मान है

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{18}$ C) $\frac{\pi}{24}$ D) $\frac{\pi}{6}$ 1

ग) समुच्चय $\mathbb{N}$ में संबंध R निम्नवत् परिभाषित है

$$R=\{(x,y): y=x+5, y>5\}$$

तब निम्नलिखित में से कौन सही है ?

A) $(6,10)\in R$ B) $(3,8)\in R$ C) $(4,9)\in R$ D) $(2,6)\in R$ 1

घ) $\int\limits_{0}^{\pi/4} \sin^3 2x \cos 2x \, dx$ का मान है

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ 1

ङ) असंभव घटनाओं की प्रायिकता होती है

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ 1

UPBoardHub

1. **Do all the parts of the following :**

Select the correct alternative of each part and write in your answer-book :

a) If $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is given by $f(x) = (5 - x^5)^{1/5}$, then $fof(x)$ is equal to

A) $x^{1/5}$ B) x C) x^5 D) $5 - x^5$ 1

b) The value of $\int_{2}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{4 + x^2}$ is

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{18}$ C) $\frac{\pi}{24}$ D) $\frac{\pi}{6}$ 1

c) A relation R is defined in the set $\mathbb{N}$ as follows :

$$R = \{(x, y) : y = x + 5, y > 5\}$$

Then which of the following is correct ?

A) $(6, 10) \in R$ B) $(3, 8) \in R$ C) $(4, 9) \in R$ D) $(2, 6) \in R$ 1

d) The value of $\int_{0}^{\pi/4} \sin^3 2x \cos 2x \, dx$ is

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ 1

e) The probability of impossible events is

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ 1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

UPBoardHub

क) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right), \quad x > 1$ को सरलतम रूप में लिखिए। 1

ग) यदि किसी रेखा के दिक्-अनुपात $3, -2, -6$, तो इनकी दिक्-कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। 1

घ) सदिशों $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 1

ङ) दिखाइए कि प्रदत्त फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x, \quad x \in \mathbb{R}, \mathbb{R}$ पर वर्धमान फलन है। 1

2. Do all the parts of the following :

a) Find the value of $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$. 1

b) Write $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right), \quad x > 1$ in the simplified form. 1

c) If the direction ratios of a line are $3, -2, -6$, then find its direction cosines. 1

d) Find the angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. 1

e) Show that the given function $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x, \quad x \in \mathbb{R}$ is increasing function on $\mathbb{R}$. 1

3. **निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :**

UPBoardHub

क) यदि दो सदिश $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ एवं $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ हैं, तो दिखाइए कि $(\vec{a} + \vec{b})$ एवं $(\vec{a} - \vec{b})$ लम्बवत् हैं। 2

ख) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा $P(A) = 0.3$ एवं $P(B) = 0.4$, तब (i) $P(A \cap B)$, (ii) $P(A \cup B)$ ज्ञात कीजिए। 2

ग) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है। 2

घ) यदि $\sin^{-1}(1 - x) - 2\sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 2

3. Do all the parts of the following :

a) If $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ are two vectors, then show that $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ are perpendicular. 2

b) If A and B are independent events and $P(A) = 0.3$ and $P(B) = 0.4$, then find (i) $P(A \cap B)$, (ii) $P(A \cup B)$. 2

c) Prove that the relation given by $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ in a set $\{1, 2, 3\}$ is reflexive but not symmetric and not transitive. 2

d) If $\sin^{-1}(1 - x) - 2\sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$, then find the value of x. 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 8$ और $|\vec{a}| = 8|\vec{b}|$ हों तो $|\vec{a}|$ एवं $|\vec{b}|$ ज्ञात कीजिए। 2

ख) $\cos\theta \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} + \sin\theta \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$ को सरल कीजिए। 2

ग) $\tan^{-1}\left(\frac{3a^2x - x^3}{a^3 - 3ax^2}\right)$ को सरल कीजिए। 2

घ) दर्शाइए कि बिन्दु $A(2, 3, -4)$, $B(1, -2, 3)$ और $C(3, 8, -11)$ संरेख हैं। 2

UPBoardHub

4. **Do all the parts of the following :**

a) If $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=8$ and $|\vec{a}|=8|\vec{b}|$, then find $|\vec{a}|$ and $|\vec{b}|$. 2

b) Simplify : $\cos\theta\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}+\sin\theta\begin{bmatrix}\sin\theta & -\cos\theta\\ \cos\theta & \sin\theta\end{bmatrix}$. 2

c) Simplify : $\tan^{-1}\left(\dfrac{3a^2x-x^3}{a^3-3ax^2}\right)$. 2

d) Show that the points $A(2,3,-4)$, $B(1,-2,3)$ and $C(3,8,-11)$ are collinear. 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) आलेखीय विधि द्वारा उद्देश्य फलन $Z=3x+5y$ का न्यूनतम मान निम्नलिखित अवरोधों के अंतर्गत ज्ञात कीजिए :

$$x+3y\geq 3,\quad x-y\geq 2,\quad x\geq 0,\quad y\geq 0.$$

5

ख) रेखाओं $\vec{r}=\hat{i}+\hat{j}+\lambda(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ और $\vec{r}=2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}+\mu(3\hat{i}-5\hat{j}+2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

ग) यदि $y=Ae^{mx}+Be^{nx}$ है, तो दर्शाइए कि $\dfrac{d^2y}{dx^2}-(m+n)\dfrac{dy}{dx}+mny=0$। 5

घ) a और b के उन मानों को ज्ञात कीजिए, जिसके लिए फलन

$$f(x)=\begin{cases}ax+1, & \text{यदि } x\leq 3\\ bx+3, & \text{यदि } x>3\end{cases}$$

UPBoardHub

द्वारा परिभाषित है तथा $x = 3$ पर संतत है। 5

ङ) सारणिक $\begin{vmatrix} 18 & 22 & -13 \\ 7 & -9 & 11 \\ -11 & 7 & 17 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

5. Do all parts of the following :

a) Find the minimum value of the objective function $Z = 3x + 5y$ under the following constraints $x + 3y \geq 3, \quad x - y \geq 2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$ by graphical method. 5

b) Find the minimum distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$. 5

c) If $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$, then show that $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$. 5

d) Find the values of a and b for which the function defined by

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{if } x > 3 \end{cases}$$

is continuous at $x = 3$. 5

e) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} 18 & 22 & -13 \\ 7 & -9 & 11 \\ -11 & 7 & 17 \end{vmatrix}$. 5

6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

UPBoardHub

क) तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}$ एवं $\vec{c}$ प्रतिबन्ध $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ को संतुष्ट करते हैं। यदि $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ और $|\vec{c}|=2$ तो $\mu=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

ख) सिद्ध कीजिए कि एक R त्रिज्या के गोले के अन्तर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊँचाई $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ है। 5

ग) अवकलन कीजिए : $y=x^{\sin x}+(\cos x)^{\tan x}$. 5

घ) सिद्ध कीजिए कि यदि E और F दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो E और F' भी स्वतंत्र होंगी। 5

ङ) रेखा $y=3x+2$, x-अक्ष एवं भुजों $x=-1$ एवं $x=1$ से घिरा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

6. Do all the parts of the following :

a) Three vectors $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ satisfy the condition $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$. If $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ and $|\vec{c}|=2$, then find the value of $\mu=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$. 5

b) Prove that the height of a cylinder of maximum volume, inscribed in the sphere of radius R is $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. 5

c) Differentiate : $y=x^{\sin x}+(\cos x)^{\tan x}$. 5

d) Prove that if E and F are two independent events, then E and F' will also be independent. 5

e) Find the area, surrounded by line $y=3x+2$, x-axis and abscissas $x=-1$ and $x=1$. 5

20021

UPBoardHub

7. **निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :**

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$$3x - 2y + 3z = 8$$
$$2x + y - z = 1$$
$$4x - 3y + 2z = 4$$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) आव्यूह $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए। 8

7. **Do any one part of the following :**

a) Solve the following system of equations :

$$3x - 2y + 3z = 8$$
$$2x + y - z = 1$$
$$4x - 3y + 2z = 4$$

by matrix method. 8

b) Express the matrix $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ in the form of the sum of symmetric matrix and skew symmetric matrix. 8

8. **निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :**

क) अवकल समीकरण $(x\,dy - y\,dx)y \sin\left(\frac{y}{x}\right) = (y\,dx + x\,dy)x \cos\left(\frac{y}{x}\right)$ को हल कीजिए। 8

ख) मान ज्ञात कीजिए :

i) $\int_{-1}^{1} |x^3 - x|\, dx$ और 4

ii) $\int_{1}^{4} (|x-1| + |x-2| + |x-3|)\, dx$ 4

20021

8. **Do any one part of the following :**

a) Solve the differential equation $(x\,dy - y\,dx)y \sin\left(\frac{y}{x}\right) = (y\,dx + x\,dy)x \cos\left(\frac{y}{x}\right)$.
8

b) Find the value of

i) $\int_{-1}^{1} |x^3 - x|\, dx$ and 4

ii) $\int_{1}^{4} (|x-1| + |x-2| + |x-3|)\, dx$ 4

9. **निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :**

क) समाकल $\int \frac{x^4}{(x-1)(x^2+1)}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) दर्शाइए कि अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{y^2+y+1}{x^2+x+1} = 0$ का व्यापक हल $x+y+1 = A(1-x-y-2xy)$ है, जिसमें A एक प्राचल है। 8

9. **Do any one part of the following :**

a) Find the value of integration $\int \frac{x^4}{(x-1)(x^2+1)}\, dx$. 8

b) Show that the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y^2+y+1}{x^2+x+1} = 0$ is $x + y + 1 = A(1 - x - y - 2xy)$, in which A is a parameter. 8

324(CY) – 67,197

20021