नाम ..... अनुक्रमांक .....

A/10,000

अर्द्ध-वार्षिक परीक्षा, 2026-27
गणित
कक्षा-12

समय : 3 घण्टे 15 मिनट। **। पूर्णांक : 100**

निर्देश –

(i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

(ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं। **सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।**

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

(iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

(v) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

(vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

1.

(क) यदि $(a+3, b-5) = (3, 0)$ तो a तथा b के मान होंगे– 2

(i) $1, 2$

(ii) $-1, 3$

(iii) $0, 5$

(iv) इनमें से कोई नहीं

(ख) $\sin(\tan^{-1} x), |x| < 1$ बराबर होता है 2

(i) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(ii) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(iii) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(iv) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(ग) $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ एक वर्ग आव्यूह है यदि– **1** 2

(i) $m < n$

(ii) $m > n$

(iii) $m = n$

(iv) इनमें से कोई नहीं

(घ) निम्न में से कौन-सा कथन सही है ?

(i) सारणिक एक वर्ग आव्यूह है।

(ii) सारणिक एक आव्यूह से सम्बद्ध एक संख्या है।

(iii) सारणिक एक वर्ग आव्यूह से सम्बद्ध एक संख्या है।

(iv) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

(ङ) निम्न में से किस अन्तराल में $y = x^2e^{-x}$ वर्धमान है– **1** 2

(i) $(-\infty, \infty)$

(ii) $(-2, 0)$

(iii) $(2, \infty)$

(iv) $(0, 2)$

2. सभी खण्ड हल कीजिए–

(क) $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। **1**

(ख) मान लीजिए $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ तो AB ज्ञात कीजिए। **1**

(ग) $\sin x^n$ का x के सापेक्ष अवकल-गुणांक ज्ञात कीजिए। **1**

(घ) सिद्ध कीजिए कि सारणिक $\begin{vmatrix} x & \sin\theta & \cos\theta \\ -\sin\theta & -x & 1 \\ \cos\theta & 1 & x \end{vmatrix}$, θ से स्वतन्त्र है। **1**

(ङ) समुच्चय $A = \{1, 2, 3\}$ से स्वयं तक सभी एकैकी फलनों की संख्या ज्ञात कीजिए। **1**

3. सभी खण्ड हल कीजिए–

(क) अवकलन कीजिए $y = (\cos x)^{\sin x}$ **2**

(ख) यदि $f(x) = e^x, g(x) = \log e^x$ तो fog तथा gof ज्ञात कीजिए। **2**

(ग) $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। **2**

(घ) एक 2×2 आव्यूह $A = [a_{ij}]$ की रचना कीजिए जिसके अवयव $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$ प्रकार से प्रदत्त हैं। **2**

4. सभी खण्ड हल कीजिए–

(क) फलन $f(x) = x - 5$ के सातत्य की जाँच कीजिए। **2**

(ख) $x = \cos\theta - \cos 2\theta, y = \sin\theta - \sin 2\theta$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। **2**

(घ) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन की $x = 3$ पर सातत्य तथा अवकलनीयता की जाँच कीजिए। **2**

5. सभी खण्ड हल कीजिए–

(क) सिद्ध कीजिए कि– **5**

$$\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{17} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$$

(ख) फलन $f(x) = \sin x + \cos x$ का उच्चिष्ट मान ज्ञात कीजिए। **5**

(ग) फलन $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{|x|}, & x < 0 \\ -1, & x \geq 0 \end{cases}$ के लिए $x = 0$ पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए। **5**

(घ) एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(3, 8), (-4, 2), (5, 1)$ हैं। **5**

(ङ) $\tan^{-1}\frac{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। **5**

6. सभी खण्ड हल कीजिए–

(क) मान लीजिए कि $f : X \to Y$ एक व्युत्क्रमणीय फलन है। सिद्ध कीजिए कि f का प्रतिलोम फलन अद्वितीय है। **5**

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए कि– **5**

$$A^3 = 4A$$

(ग) फलन $f(x)$ की $x = 0, 1$ पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए।

जब **5**

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x, & \text{यदि } x \leq 0 \\ 1, & \text{यदि } 0 < x < 1 \\ 2x - 1, & \text{यदि } x \geq 1 \end{cases}$$

(घ) फलन $x^x + (\sin x)^{\sin x}$ का x के सापेक्ष अवकलन गुणांक ज्ञात कीजिए। **5**

(ङ) यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ है तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। **5**

7. कोई एक खण्ड हल कीजिए–

(क) सिद्ध कीजिए कि $\left[\frac{1}{x}\right]^x$ का महत्तम मान $(e)^{1/e}$ है। **8**

(ख) कोटि n के दो व्युत्क्रमणीय आव्यूहों A और B के लिए सिद्ध कीजिए **8**

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

8. कोई एक खण्ड हल कीजिए–

(क) यदि $y = (\cot x)^{\sin x} + x^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। **8**

(ख) x के मान ज्ञात कीजिए जो समीकरण $\sin^{-1}(1-x) - 2\sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ को सन्तुष्ट करते हैं। **8**

9. कोई एक खण्ड हल कीजिए–

(क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \end{bmatrix}$, तो adj A और A^{-1} ज्ञात कीजिए। **8**

(ख) जाँच कीजिए कि क्या **R** में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध स्वतः, सममित अथवा संक्रामक है ? **8**

. . . . . .